

EXERCICES SUPPLEMENTAIRES (1)

1. Développement - Factorisation

1 Développer chacune des expressions suivantes :
 $A(x) = (x-3)(x-2)(x+1)$; $B(x) = (2-x)(-4-x)^2$;
 $C(x) = -(3x-1)(1-x)(2-3x)$; $D(x) = (-x-3)^2(x-2)$.

2 ★ Même exercice.
 $A(x) = \frac{1}{2}x(x - \frac{3}{2})(4x-1)$; $B(x) = (x - \frac{5}{3})^2 - (\frac{2}{3} + 2x)^2$;
 $C(x) = -5x(3-x)^2 - 2(x+1)(2x-5)$.

2. Factorisation

3 Factoriser.
 $1^\circ A(x) = 4x^2 - 9x$; $B(x) = -x^2 + 9$; $C(x) = -x^3 + x$.
 2° a) $x^2 - 3$; b) $(x-1)^2 - 4$; c) $-(x+1)^2 + 9$.
 3° a) $(x-3)^2 - (x-3)$; b) $(2x-1)^2 - (x+1)(2x-1)$.

4 Factoriser, si cela est possible.
 a) $-x^2 + 1$; b) $4x^2 - 1$; c) $x^2 + 4$;
 d) $x + 4 - (x+4)^2$; e) $4(x-1)^2 - 1$;
 f) $4x - 1 + x(1-4x)$; g) $-(x+1)^2 - 4$.

5 ★ Même exercice.
 a) $(2x-1)(x+1) - 2(x+1)^2$; b) $(x-1)(x+1) - 2(x+1)$;
 c) $\frac{1}{4}(x+3)^2 - 1$; d) $-9(x-1)^2 + 1$;
 e) $4 + 9(x+1)^2$; f) $4 - 9(x-1)^2$.

3. Calcul des valeurs, sans calculatrice

6 1° Soit $f(x) = -x^3 + 3x^2 - x + 1$.
 Calculer $f(0)$, $f(1)$, $f(-1)$ et $f(2)$.
 2° Soit $f(x) = -x^2 + 5x - 4$.
 Calculer $f(0)$, $f(1)$, $f(-1)$ et $f(4)$.
 3° Soit $f(x) = -\frac{x^2}{3} - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$.
 Calculer $f(0)$, $f(1)$, $f(-1)$ et $f(3)$.

7 1° Soit $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$.
 Donner la valeur interdite. Calculer $f(0)$, $f(1)$, $f(3)$ et $f(-3)$.
 2° Soit $f(x) = \frac{x^2-4}{2x}$.
 Donner la valeur interdite. Calculer $f(-1)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(-2)$ et $f(5)$.

8 1° Soit $f(x) = \frac{x-1}{x} - \frac{1}{x+1}$.
 Donner les valeurs interdites. Calculer $f(1)$, $f(2)$ et $f(-2)$.
 2° Soit $f(x) = \frac{-x^2+x}{x-2}$.
 Donner la valeur interdite.
 Calculer $f(0)$, $f(-1)$, $f(1)$ et $f(3)$.

Pour les exercices 9 et 10, donner les valeurs qui annulent l'expression, sans poser d'équation.
 (Quand on fait le calcul avec cette valeur, on obtient zéro : on parle aussi de racine de l'expression.)

9 $A(x) = (2x-1)(x-7)$; $B(x) = (-1-x)(x+3)$;
 $C(x) = \frac{2x}{3}(x - \frac{1}{2})(-x + \frac{1}{4})$; $D(x) = -\frac{x}{2}(3x - \frac{1}{2})(x - \frac{4}{3})$.

10 $A(x) = x^2 - 3x$; $B(x) = -x^2 + 1$; $C(x) = 9 - x^2$;
 $D(x) = -4x^2 - 9x$; $E(x) = -5x + 4x^2$.

11 Parmi les nombres 0, 1, -1, 2, -2 et 3, quels sont ceux qui annulent l'expression donnée ?
 $A(x) = -x^2 + x + 2$; $B(x) = x^2 + 1$; $C(x) = x^2 - 2x$;
 $D(x) = -x^2 + x + 6$; $E(x) = x^2 - 3x + 2$.

12 Même exercice que précédemment.
 $A(x) = x^3 - x$; $B(x) = x^3 + x$; $C(x) = 3x - x^2$;
 $D(x) = -x^2 + 4x - 3$; $E(x) = -x^2 + 2x + 3$.

2. Equations

22 Dans les équations suivantes, factoriser le premier membre, puis résoudre.
 a) $(2x-1)(x+1) + (2x-1)(3x-7) = 0$;
 b) $(3x+1)^2 - (5x+8)(6x+2) = 0$;
 c) $2(x+3)^2 - (x-1)^2 = 0$.

25 Résoudre les équations suivantes :
 $1^\circ 4x^2 = 2x$; $x^2 + 4 = 0$; $x^2 - 9 = 0$.
 $2^\circ 25x^2 - 1 = 0$; $9x^2 - 4x = 0$; $-x^2 - 3 = 0$.

4. Quotient nul

29 Résoudre les équations suivantes, sans oublier les valeurs interdites.

1° a) $\frac{4x-3}{x-1} = 0$; b) $\frac{x^2-2x}{2+x} = 0$.

2° a) $\frac{(x-3)^2-25}{x-8} = 0$; b) $\frac{-x^2+(2x-1)^2}{2x-1} = 0$.

3° a) $\frac{3}{x+1} = 4$; b) $1 - \frac{x+2}{2x-3} = 0$; c) $\frac{x^2-9}{3x} = 0$.

32 ★ Même exercice.

1° a) $\frac{x^2+4x-3}{x^2-1} = 1$; b) $\frac{x^2}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$.

2° a) $\frac{2x+3}{x-2} = \frac{x+3}{x-1}$; b) $\frac{2}{x+3} + \frac{1}{x} = \frac{3}{x(x+3)}$.

2. Calcul algébrique

6 Développer, réduire et ordonner :
 a) $(2x-3)(x-2)$; b) $(5x-1)(3+7x)$;
 c) $(x-1)(x^2-x+3)$; d) $(3x-9)(-6x-1)$;
 e) $(12x+5)(7-9x)$; f) $(2x^2-x+4)(x-2)$.

7 Développer, réduire et ordonner :
 a) $(2x+1)^2 + (5x-1)(x+3)$;
 b) $(\frac{1}{2}x-3)(\frac{3}{2}x-1) - \frac{1}{2}(x+7)$;
 c) $(\frac{2x}{5} + \frac{3}{2})(\frac{2}{5}x - \frac{3}{2}) + (\frac{x}{2} + 3)(2x+2)$;
 d) $2(\frac{x}{2} + 1)^2 - 3(\frac{x}{3} - 1)^2$.

8 Développer, réduire et ordonner les sommes :
 $A(x) = (5x-3)(x+4) - 4x(x-1) + 3x^2 + 10$;
 $B(x) = x(x+4) - 5x + 4(x-1) - (x^2-1)$;
 $C(x) = -5x(x+1) - 4 + 3x(x-2) - x(x+3)$;
 $D(x) = x - 3(x+4) + 4x(x-1) + 3$.

9 Même exercice.
 $A(x) = (2x-3)(4x+3) + (5x-3)(x-4)$;
 $B(x) = 2x - 3(4x+3) + 5x - 3(x-4)$;
 $C(x) = 2(x-3)(4x) + 3(5x-3x) - 4$;
 $D(x) = 2x - (3(4x+3) + 5)x - (3x-4)$.

10 Dans chacun des cas suivants, vérifier que les trois écritures données correspondent à la même expression, dans chacun des cas suivants :

$1^\circ (x-3)^2 - 4$; $x^2 - 6x + 5$; $(x-1)(x-5)$.
 $2^\circ \frac{2x-3}{1-x}$; $-2 + \frac{1}{x-1}$; $-\frac{2x+3}{x-1}$.
 $3^\circ -\frac{1}{4}(x+1)^2 + 1$; $-\frac{x^2-2x+3}{4}$; $(\frac{x+3}{2})(\frac{1-x}{2})$.

11 Même exercice.
 $1^\circ x^2 - 6x + 8$; $(x-3)^2 - 1$; $(x-2)(x-4)$;
 $2^\circ 4x^2 + 8x - 5$; $4(x+1)^2 - 9$; $(2x-1)(2x+5)$.

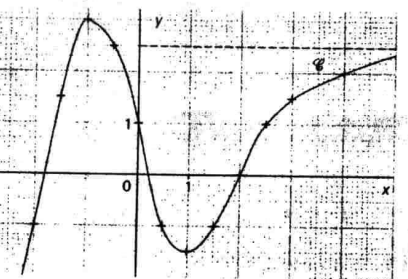
19 On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-5; 5]$ par $f(x) = \frac{5x-3}{x-6}$.
 Calculer, si elle existe, l'image par f de chacun des nombres :
 a) -2 ; b) $\frac{1}{3}$; c) 6 ; d) $\sqrt{3}$; e) $4 + \sqrt{2}$.

21 ★ La fonction f est définie sur \mathbb{R} par :
 $f(x) = (2x-1)(x+1)$.
 1° Calculer $f(0)$, $f(3)$, $f(-\frac{2}{3})$, $f(\sqrt{3})$ et $f(1-\sqrt{2})$.
 2° a) Montrer que $f(x) = (2x+5)(x-2) + 9$.
 b) En déduire que $-\frac{5}{2}$ et 2 sont des antécédents de 9 .

Equations et inéquations

1. Sur un graphique

30 Une fonction f , définie sur \mathbb{R} , est donnée par sa courbe représentative \mathcal{C} .



Avec la précision permise par le graphique, résoudre :
 a) l'équation $f(x) = 1$; b) l'équation $f(x) = -1$;
 c) l'équation $f(x) = 0$; d) l'équation $f(x) = 2$.