EXERCICES SUPPLEMENTAIRES (2)

65 La trajectoire d'une balle de jeu est donnée par :

$$f(x) = -5x^2 + 10x + 15,$$

où x est le temps écoulé depuis le lancement en l'air, exprimé en secondes, avec $x \in [0\,;3]$,
et $f(x)$ est la hauteur de la balle au-dessus du sol, exprimée en mètres.

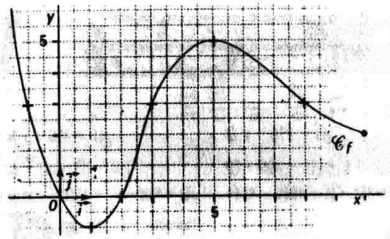
1° Représenter cette fonction dans un repère orthogonal (unités : 4 cm pour une seconde en abscisse ; 2 cm pour 5 m en ordonnée). Interpréter $f(0)$ et $f(3)$.

2° a) D'après le graphique, quelle est la hauteur maximale atteinte par la balle ?

b) Donner les instants où la hauteur est égale à 15 m.

c) Résoudre graphiquement $f(x) \geqslant 18$. En donner une interprétation concrète.

42 $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative d'une fonction



1° a) Donner le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

b) Dresser le tableau des variations de f.

2° Résoudre graphiquement :

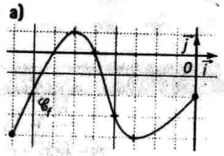
a) $f(x) \geqslant 3$; b) $f(x) < 0$; c) $0 \leqslant f(x) < 3$.

Variation – Extremum

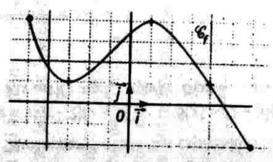
1. Lectures graphiques

33 Pour chacune des fonctions représentées ci-contre, dresser le tableau des variations et énoncer les variations à l'aide de phrases.

a)



b)



45 ★ Soit f une fonction définie sur $[-3\,;4]$.
Pour chacune des propositions suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. (Justifier la réponse.)

a) Si f est décroissante sur $[-3\,;4]$ et $f(-3) = 0$, alors $f(x)$ est négatif ou nul pour tout réel x de $[-3\,;4]$.

b) Si $f(-3) = 2$, et pour tout x de $[-3\,;4]$, on a $f(x) \leqslant 2$; alors la fonction f est décroissante sur $[-3\,;4]$.

49 Dans un repère orthonormal, tracer les courbes de trois fonctions ayant le même tableau des variations donné ci-dessous :

x	-3		-1		3		7
$f(x)$	4	↗	6	↘	-2	↗	1

Fonctions affines

Pour chacun des exercices 1 à 6, résoudre sans calculatrice les équations. Le but est la rapidité et la révision des tables de multiplication.

1 $\frac{1}{3}x + 1 = 0$; $-\frac{5}{2}x - \frac{1}{4} = 0$; $5x = 0$;
$\frac{4}{5}x - \frac{4}{15} = 0$; $\frac{2}{3}x + 1 = 0$; $x - 3 = 0$;

2 $\frac{x}{4} + \frac{1}{2} = 0$; $-\frac{5x}{3} = 0$; $6 - 2x = 0$;
$-x - 5 = 0$; $\frac{4}{3}x + \frac{3}{4} = 0$; $\frac{x}{4} = 0$.

3 $3x - 6 = 0$; $49x + 63 = 0$; $-12x - 28 = 0$;
$6x - 36 = 0$; $105x + 35 = 0$; $18x = 0$;

4 $\frac{4}{45}x + \frac{8}{81} = 0$; $-\frac{x}{9} = 0$; $-\frac{2}{7}x - \frac{3}{28} = 0$;
$56x + 24 = 0$; $2\pi x = 0$; $54x - 27 = 0$.

5 1° $\frac{9}{10} - \frac{3}{5}x = 0$; $\frac{4}{3}x = 0$; $3x + 18 = 0$;
$\frac{15x}{2} - 5 = 0$; $-\frac{3x}{4} - 1 = 0$; $5x + \frac{1}{5} = 0$;
2° $6x - 3 = 0$; $2x = 0$; $-9x + 72 = 0$;
$-\frac{9x}{2} + 1 = 0$; $-10x - 5 = 0$; $3x + 6 = 0$.

6 ★ $2x - \sqrt{3} = 0$; $x\sqrt{2} + \sqrt{8} = 0$; $6x - \sqrt{8} = 0$;
$4\sqrt{3}x = 0$; $-x - \pi = 0$; $6x + \sqrt{27} = 0$

26 Dans un repère orthonormal, tracer la droite représentant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)$, après avoir cherché si elle passe par des points à coordonnées entières. Indiquer le sens de variation.

a) $f(x) = \frac{x-4}{3}$; b) $f(x) = \frac{-5}{4}x + 4$;
c) $f(x) = x$; d) $f(x) = \frac{-3x+2}{7}$.

37 Déterminer la fonction affine f telle que :
$f(-2) = 1$ et $f(6) = 5$.

La page de calcul

1. Développement

1 Développer, réduire et ordonner.

$A(x) = 2x(x-3) - 5(x-1)(x+2)$;
$B(x) = -x(x+1) - 3(x^2-1)$;
$C(x) = (x+3)(-2x+1) - 3x(x+1)$.

2 ★ Même exercice.

$A(x) = x(x-1)(x+4) - x^2(x+2)$;
$B(x) = (2x-1)^2 - 3(-x-2)^2$;
$C(x) = (x+3)^3 + 2(x-1)^2(x+1)$.

3 ★ Même exercice.

$A(x) = (\frac{1}{2}x + 1)^2 - \frac{5}{4}(x-1)^2$;
$B(x) = \frac{5}{3}x(x - \frac{1}{2}) - (\frac{3}{2}x - 1)(x - \frac{1}{3})$;
$C(x) = (\frac{1}{2} - \frac{x}{3})^2 - 2x(x - \frac{1}{6})$.

2. Formes d'une expression

4 Vérifier que les trois formes données correspondent à la même expression.

a) $x(2x-1) - 3$; b) $(2x-3)(x+1)$; c) $2(x - \frac{1}{4})^2 - \frac{25}{8}$.

5 Même exercice.

a) $(x+1)^2 - 16$; b) $x(x+2) - 15$; c) $(x-3)(x+5)$.

6 Pour chaque expression, donner la forme qui lui est égale.

1° $\frac{x^2+1}{x}$: a) $x+1$; b) $x + \frac{1}{x}$; c) $2x+1$.

2° $\frac{3x}{x+6}$: a) $\frac{x}{x+2}$; b) $3 + \frac{x}{2}$; c) $\frac{x}{\frac{x}{3}+2}$.

3° $\sqrt{x^2+1}$: a) $x+1$; b) $2x+1$; c) $\sqrt{(-x)^2+1}$.

4° $\sqrt{4x^2-9}$: a) $\sqrt{(2x+3)(2x-3)}$; b) $2x-3$.

3. Factorisation

7 Lorsque cela est possible, factoriser les polynômes suivants à l'aide d'une différence de deux carrés, du développement d'un carré, ou en mettant x en facteur.

$4x^2+9$; x^2-2x+1 ; x^2-3 ; $3x^2-x$;
$-3x^2+4$; $4x^2+4x+1$; $9x^2-4x$; $-x^2-9$.

8 Factoriser les expressions suivantes sous la forme d'un produit de facteurs du 1er degré.

1° a) $(4x^2-1)(2x-3)$; b) $2x(x^2-1)$;
c) $(5x^2-4x)(x+2)$; d) $-5(2x-1)(4x^2-x)$.
2° a) $(2x-1)^2 - (5x+4)^2$; b) $1 - (3x+7)^2$;
c) $(x-5)^2 - (2x-9)^2$; d) $4(2x-3)^2 - x^2$.

9 ★ Même exercice.

a) $(3x-7)^2 - (3x-7)(2x-1)$; b) $(1-3x)^2 - 3$;
c) $2x - 3 - (5x+1)(2x-3)$; d) $(4x-1)^2 - 4x + 1$.

10 ★ Même exercice.

a) $9(x-3)^2 - (4x+3)^2$; b) $-x^2+4$;
c) $-(1+3x)^2 + 4x^2$; d) $x^2 - 4x$;
e) $\left(\frac{x-3}{2}\right)^2 - \frac{x^2}{4}$; f) $-\frac{1}{4} + \frac{x^2}{9}$;
g) $(x+4)(3-5x) - (x+4)^2$; h) $2x^2 - 9$.

11 ★ Dans les égalités suivantes, remplacer les • par des nombres, en vérifiant par un développement.

a) $x^2 - 5x + 4 = (x-1)(x-\bullet)$;
b) $2x^2 - 5x - 3 = (x-3)(\bullet x+\bullet)$;
c) $-x^2 - x + 2 = (x-1)(\bullet x+\bullet)$;
d) $-3x^2 + 7x - 2 = (x-2)(\bullet x+\bullet)$.

12 Soit $P(x) = x^2 + 4x - 5$.
Trouver le nombre remplaçant • dans l'égalité :
$x^2 + 4x - 5 = (x-1)(x+\bullet)$.