

## Les défis de la semaine

### Défi 1 : niveau I (6ème)

Ana, Bea, Carlos, Dani y Elena juegan a un juego que consiste en sacar dos cartas de entre diez. En cada carta hay un número del 1 al 10 y gana el que suma más. Si Ana suma 4, Bea 11, Carlos 12; Dani 13 y Elena 15. ¿Quién ha sacado la carta con el número 9?

### Défi 2 : niveau III (5ème et 4ème)

Queremos dividir un rectángulo en 108 partes iguales. ¿Cuál es el menor número de rectas paralelas a los lados del rectángulo que hay que dibujar para conseguirlo?

### Défi 3 : niveau III (3ème et 2de)

Un cuadrado de lado 1 y un círculo de radio  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  tienen el mismo centro. ¿Cuál es el valor del área de la superficie interior al círculo pero exterior al cuadrado?

### Défi 3 : niveau III (1ère et Tle)

Sean  $a, b, c, d$  y  $e$  enteros positivos tales que  $a + b + c + d + e = 2011$  y sea  $M$  la mayor de las sumas  $a + b, b + c, c + d, d + e$ . ¿Cuál es la menor valor posible para  $M$ ?

### Problème spécial Olympiades de mathématiques

L'objectif de l'exercice est de déterminer une fonction  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  qui vérifie les deux conditions ( $\mathbb{N}$  désigne l'ensemble des nombres entiers naturels.) :

- $f(1) = 1$
- pour tous les entiers naturels  $m$  et  $n$ ,  $f(m + n) = f(m) \times f(n) + f(n) + f(m)$ .

1. On suppose qu'une telle fonction  $f$  existe.

(a) Calculer  $f(0)$ .

(b) Calculer  $f(2), f(3), f(6)$ .

2. Montrer que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $f(n + 1) = 2f(n) + 1$ .

3. On pose pour tout entier naturel  $n$ ,  $g(n) = f(n) + 1$ . Montrer que, pour tous les entiers naturels  $m$  et  $n$  :  $g(n + m) = g(n) \times g(m)$ .

4. Donner une fonction  $f$  qui répond au problème.